

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΥΡΙΑΚΗ 23 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2016
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ 2

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, να αποδείξετε ότι $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$.

(Μονάδες 10)

A2. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή με το γράμμα (Σ) ή λανθασμένη με το γράμμα (Λ) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις.

i. $\alpha \cdot \beta \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0$ ή $\beta \neq 0$.

ii. $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha - \beta)^2 + 2\alpha\beta$.

iii. Αν $\alpha \cdot \beta > 0$ τότε $\alpha > \beta \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} < \frac{1}{\beta}$.

iv. $|\alpha| + |\beta| = 0 \Leftrightarrow \alpha = \beta = 0$.

v. $|\alpha| + \alpha < 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 5x3 = 15)

ΘΕΜΑ Β

B1. Να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{(xy^{-2})^3 \cdot (x^2y)^{-1}}{(y^{-1})^2 \cdot (-y)}, \text{ για } x = 2017 \text{ και } y = -\frac{1}{2017}.$$

(Μονάδες 5)

B2. Δίνονται $x, y \in \mathbb{R}$ με $y \neq -1$ για τους οποίους ισχύει $\frac{x+1}{y+1} = x$.

i. Να δείξετε ότι οι αριθμοί x και y είναι αντίστροφοι.

ii. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{x^{18} \cdot (y^4)^5}{x^{-2} (xy)^{2015}}$

(Μονάδες 5 + 5 = 10)

B3.i. Να αποδείξετε ότι $(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1) = a^8 - 1$ για κάθε $a \in \mathbb{R}$.

ii. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $9 \cdot 11 \cdot 101 \cdot 10001$.

(Μονάδες 5 + 5 = 10)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A = \frac{1 - (x^{-1})^2}{1 - x^{-1}} \cdot \frac{1}{x^2 + x} \quad \text{και} \quad B = \frac{x^3 - y^3}{x^2 - y^2} : \left(\frac{x^2}{x + y} \cdot y \right)$$

(Μονάδες 5 + 5 = 10)

Γ2. Να δείξετε ότι:

i. $(\alpha^2 + \beta^2) \cdot (x^2 + y^2) \geq (\alpha x + \beta y)^2$.

ii. $\alpha^2 + \beta^2 - 6\alpha + 2\beta + 10 \geq 0$. (Πότε ισχύει το ίσον;)

iii. Αν $\alpha > 1$ τότε $\alpha^3 > \alpha$.

(Μονάδες 5 + 5 + 5 = 15)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Αν $2 < x < 3$ και $4 < y < 5$ να βρείτε μεταξύ ποιών αριθμών περιέχεται η τιμή κάθε μιας από τις παρακάτω παραστάσεις:

i. $3y - 2x$

ii. $3y^2 - 2xy$

iii. $x - \frac{1}{y}$

(Μονάδες 4 + 4 + 4 = 12)

Δ2. Να γράψετε την παράσταση $A = 2|x - 1| - |2 - x|$ χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής.

(Μονάδες 8)

Δ3. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς x για τους οποίους ισχύει:

$$d(x, -3) \geq 2.$$

(Μονάδες 5)

**ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ 2 ΩΡΕΣ
ΕΥΧΕΣ ΓΙΑ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΚΟΥΡΤΟΓΛΟΥ ΘΕΑΓΕΝΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ – ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΣ**