

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 25 ΙΟΥΝΙΟΥ 2014
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1 – γ

A2 – γ

A3 – δ

A4 – δ

A5 α – Λ, β – Λ, γ – Σ, δ – Σ, ε – Σ.

ΘΕΜΑ Β

B1.α. Σωστό το ii)

β. Η συχνότητα f_1 που ανιχνεύει ο δέκτης που κινείται στον αέρα με ταχύτητα μέτρου v_1 και με φορά προς την ηχητική πηγή είναι:

$$f_1 = \frac{v_a + v_1}{v_a} f_s \quad (1)$$

Η συχνότητα f_2 που ανιχνεύει ο δέκτης που κινείται στο νερό με ταχύτητα μέτρου v_2 και με φορά προς την ηχητική πηγή είναι:

$$f_2 = \frac{v_v + v_2}{v_v} f_s \quad \Rightarrow \quad f_2 = \frac{4v_a + v_2}{4v_a} f_s \quad (2)$$

Αλλά $v_v = 4v_a$

Επειδή οι συχνότητες f_1 και f_2 δόθηκαν ίσες έχουμε:

$$f_1 = f_2 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \frac{v_a + v_1}{v_a} f_s = \frac{4v_a + v_2}{4v_a} f_s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4(v_a + v_1) = 4v_a + v_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4v_a + 4v_1 = 4v_a + v_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{4}$$

B2.α. Σωστό το ii)

β. Από το θεμελιώδη νόμο για τη στροφική κίνηση η επιτάχυνση με την οποία στρέφεται ο δίσκος είναι:

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\Sigma\tau}{I}$$

Από το διάγραμμα που δόθηκε παρατηρούμε ότι μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 (όπου $\Sigma\tau = 0$) είναι $\Sigma\tau > 0$, οπότε ο δίσκος επιταχύνεται. Αμέσως μετά γίνεται $\Sigma\tau < 0$ οπότε ο δίσκος επιβραδύνεται. Έτσι η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα επιτυγχάνεται τη χρονική στιγμή t_2 όπου είναι $\Sigma\tau = 0$.

B3.α. Σωστό το ii)

β. Για τον φελλό που βρίσκεται στο σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού έχουμε:

$$|r_1 - r_2| = |vt_1 - vt_2| = v|t_1 - t_2| = v\Delta t = \lambda \cdot f \cdot \frac{T}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |r_1 - r_2| = \frac{\lambda}{4} \quad (1)$$

Έτσι το πλάτος της ταλάντωσης του φελλού αυτού είναι:

$$A_\Sigma = 2A \left| \sin \frac{\pi(r_1 - r_2)}{\lambda} \right| \stackrel{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} A_\Sigma = 2A \left| \sin \frac{\pi \frac{\lambda}{4}}{\lambda} \right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_\Sigma = 2A \left| \sin \frac{\pi}{4} \right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_\Sigma = 2A \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_\Sigma = A\sqrt{2} \quad (2)$$

Επειδή το δεύτερο κομμάτι φελλού βρίσκεται στο μέσο M της απόστασης των δύο πηγών οι οποίες είναι συμφασικές, το πλάτος ταλάντωσης είναι

$$A_M = 2A \quad (3)$$

Επειδή οι φελλοί έχουν την ίδια μάζα και ταλαντώνονται με την ίδια κυκλική συχνότητα ω που ταλαντώνονται και οι πηγές, ο λόγος των ενεργειών των ταλαντώσεών τους είναι:

$$\frac{E_\Sigma}{E_M} = \frac{\frac{1}{2} D_\Sigma A_\Sigma^2}{\frac{1}{2} D_M A_M^2} \stackrel{(2)}{\Rightarrow}$$

$$\stackrel{(3)}{\Rightarrow} \frac{E_\Sigma}{E_M} = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot (A\sqrt{2})^2}{m \cdot \omega^2 \cdot (2A)^2} \Rightarrow$$

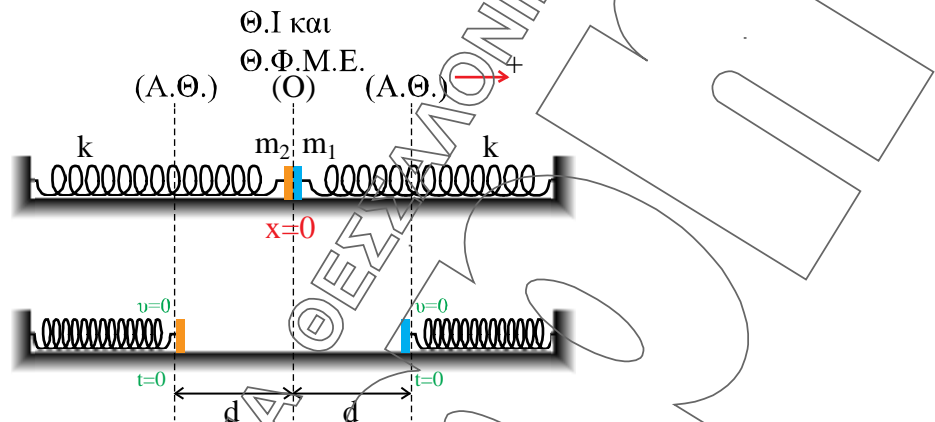
$$\Rightarrow \frac{E_\Sigma}{E_M} = \frac{2A^2}{4A^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{E_\Sigma}{E_M} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{E_{\Sigma}}{E_M} = \frac{1}{2}.$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.



Για την ταλάντωση του σώματος Σ_1 έχουμε:

$$D_1 = k = 100 \text{ N/m.}$$

$$D_1 = m_1 \cdot \omega_1^2 \Rightarrow 100 = 1 \cdot \omega_1^2 \Rightarrow \omega_1 = 10 \text{ rad/s.}$$

$$A_1 = d = 0,2 \text{ m.}$$

$$x_1 = A_1 \eta \mu(\omega_1 t + \varphi_1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Για } t = 0 \text{ είναι } x_1 = A_1 \\ x_1 = A_1 \eta \mu(\omega_1 t + \varphi_1) \end{array} \right\} \Rightarrow A_1 = A_1 \eta \mu \varphi_1 \Rightarrow \eta \mu \varphi_1 = 1 \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσής του είναι:

$$x_1 = 0,2 \eta \mu \left(10t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ (S.I.)}$$

Ομοίως για την ταλάντωση του σώματος Σ_2 έχουμε:

$$D_2 = k = 100 \text{ N/m.}$$

$$D_2 = m_2 \cdot \omega_2^2 \Rightarrow 100 = 4 \cdot \omega_2^2 \Rightarrow \omega_2 = 5 \text{ rad/s.}$$

$$A_2 = d = 0,2 \text{ m.}$$

$$x_2 = A_2 \eta \mu(\omega_2 t + \varphi_2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Για } t = 0 \text{ είναι } x_2 = -A_2 \\ x_2 = A_2 \eta \mu(\omega_2 t + \varphi_2) \end{array} \right\} \Rightarrow -A_2 = A_2 \eta \mu \varphi_2 \Rightarrow \eta \mu \varphi_2 = -1 \Rightarrow \varphi_2 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad.}$$

Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσής του είναι:

$$x_2 = 0,2 \eta \mu \left(5t + \frac{3\pi}{2} \right) \text{ (S.I.)}$$

Γ2. Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για κάθε Α.Α.Τ. μέχρι τη στιγμή της κρούσης στη θέση $x = -\frac{d}{2} = -0,1 \text{ m}$ έχουμε:

$$x = -\frac{d}{2} = -0,1 \text{ m}$$

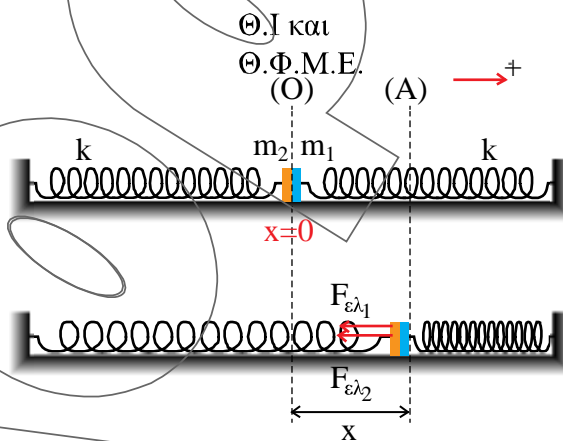
$$\text{Για το } \Sigma_1: K_1 + U_1 = E_1 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}D_1x^2 &= \frac{1}{2}D_1A_1^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 1 \cdot v_1^2 + 100 \cdot (-0,1)^2 &= 100 \cdot (0,2)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow v_1^2 + 100 \cdot 0,01 &= 100 \cdot 0,04 \Rightarrow \\ \Rightarrow v_1^2 + 1 &= 4 \Rightarrow \\ \Rightarrow |v_1| &= \sqrt{3} \text{ m/s.} \end{aligned}$$

$$\text{Για το } \Sigma_2: K_2 + U_2 = E_2 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \frac{1}{2}D_2x^2 &= \frac{1}{2}D_2A_2^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 4 \cdot v_2^2 + 100 \cdot (-0,1)^2 &= 100 \cdot (0,2)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 4v_2^2 + 100 \cdot 0,01 &= 100 \cdot 0,04 \Rightarrow \\ \Rightarrow 4v_2^2 + 1 &= 4 \Rightarrow \\ \Rightarrow v_2^2 &= \frac{3}{4} \Rightarrow \\ \Rightarrow |v_2| &= \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m/s.} \end{aligned}$$

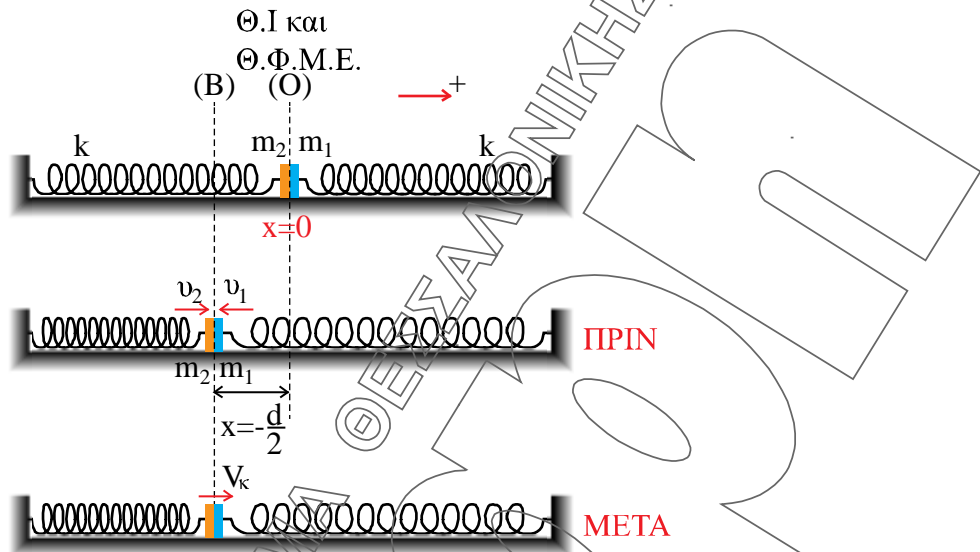
Γ3. Επειδή η κινήσεις γίνονται σε οριζόντιο επίπεδο η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι ίδια με την αρχική θέση ισορροπίας (O) των δύο σωμάτων. Έτσι στην τυχαία θέση (A) σε απομάκρυνση x έχουμε:



$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= -F_{\varepsilon\lambda_1} - F_{\varepsilon\lambda_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Sigma F_x &= -kx - kx \Rightarrow \\ \Rightarrow \Sigma F_x &= -2kx \end{aligned}$$

Άρα είναι τη μορφής $\Sigma F_x = -Dx$ με $D = 2k = 200 \text{ N/m}$, οπότε η κίνηση του συσσωματώματος είναι Α.Α.Τ.

Γ4. Από τη διατήρηση της ορμής κατά την πλαστική κρούση στη θέση (B) έχουμε:



$$\begin{aligned} \vec{p}_{\text{πριν}} &= \vec{p}_{\text{μετά}} \Rightarrow m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}_k \Rightarrow \\ &\Rightarrow 1 \cdot (-\sqrt{3}) + 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = (1+4) \vec{v}_k \Rightarrow \\ &\Rightarrow -\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 5 \vec{v}_k \Rightarrow \\ &\Rightarrow \vec{v}_k = \frac{\sqrt{3}}{5} \text{ m/s.} \end{aligned}$$

Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας της ταλάντωσης του συσσωματώματος έχουμε:

$$\begin{aligned} K_{(B)} + U_{(B)} &= E \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_k^2 + \frac{1}{2} D x^2 = \frac{1}{2} D A^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (1+4) \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{5} \right)^2 + 200 \cdot (-0,1)^2 = 200 \cdot A^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 5 \cdot \frac{3}{25} + 200 \cdot 0,01 = 200 \cdot A^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{3}{5} + 2 = 200 \cdot A^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2,6 = 200 \cdot A^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow A^2 = \frac{1,3}{100} \Rightarrow \\ &\Rightarrow A = \frac{\sqrt{1,3}}{10} \text{ m.} \end{aligned}$$

Έτσι το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος είναι:

$$\left| \frac{d\vec{p}}{dt} \right|_{\max} = |F|_{\max} = D \cdot A = 200 \cdot \frac{\sqrt{1,3}}{10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left| \frac{d\vec{p}}{dt} \right|_{\max} = 20\sqrt{1,3} \text{ Kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta 1. (KO) = (KB) - (OB) = \frac{l}{2} - \frac{l}{4} = \frac{l}{4} \Rightarrow (KO) = \frac{1}{4} \text{ m.}$$

$$(AO) = (AB) - (OB) = l - \frac{l}{4} = \frac{3l}{4} \Rightarrow (AO) = \frac{3}{4} \text{ m}$$

Για τη ροπή αδράνειας της ράβδου με τη βοήθεια του θεωρήματος Steiner έχουμε:

$$I_p = I_{cm} + M \cdot (KO)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_p = \frac{1}{12} \cdot M \cdot l^2 + M \cdot (KO)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_p = \frac{1}{12} \cdot 3 \cdot 1^2 + 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_p = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_p = \frac{7}{16} \text{ Kgm}^2.$$

Έτσι η ροπή αδράνεια I του συστήματος ράβδου – σφαιριδίων ως προς τον άξονα περιστροφής είναι:

$$I = I_p + I_{m_1} + I_{m_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = I_p + m_1 \cdot (KO)^2 + m_2 \cdot (AO)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{7}{16} + 1 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 + 1 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{7}{16} + \frac{1}{16} + \frac{9}{16} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{17}{16} \text{ Kgm}^2.$$

Δ2. Βρίσκουμε εκείνη την τιμή της γωνιακής ταχύτητας ω_2 , έτσι ώστε το σύστημα ράβδου – σφαιριδίων να φθάσει στην κατακόρυφη θέση και να σταματήσει.

Ορίζουμε επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας ($U = 0$) το οριζόντιο επίπεδο που περνάει από τον άξονα περιστροφής O .

Είναι:

$$h_1 = (KO) \cdot \eta\mu\varphi = \frac{1}{4} \cdot 0,83 \Rightarrow h_1 = \frac{0,83}{4} \text{ m}$$

$$\text{και } h_2 = (AO) \cdot \eta\mu\varphi = \frac{3}{4} \cdot 0,83 \Rightarrow h_2 = \frac{2,49}{4} \text{ m}$$

Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας έχουμε:

$$K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega_2^2 + m_1 \cdot g \cdot h_1 + M \cdot g \cdot h_1 + m_2 \cdot g \cdot h_2 =$$

$$\approx m_1 \cdot g \cdot (KO) + M \cdot g \cdot (KO) + m_2 \cdot g \cdot (AO) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{17}{16} \cdot \omega_2^2 + 1 \cdot 10 \cdot \frac{0,83}{4} + 3 \cdot 10 \cdot \frac{0,83}{4} + 1 \cdot 10 \cdot \frac{2,49}{4} =$$

$$= 1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot 10 \cdot \frac{1}{4} + 1 \cdot 10 \cdot \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{17}{32} \cdot \omega_2^2 + \frac{8,3}{4} + \frac{24,9}{4} + \frac{24,9}{4} = \frac{10}{4} + \frac{30}{4} + \frac{30}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{17}{32} \cdot \omega_2^2 + \frac{58,1}{4} = \frac{70}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{17}{32} \cdot \omega_2^2 = \frac{11,9}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{17}{8} \cdot \omega_2^2 = 11,9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega_2^2 = \frac{95,2}{17} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega_2 = \sqrt{5,6} \text{ rad/s.}$$

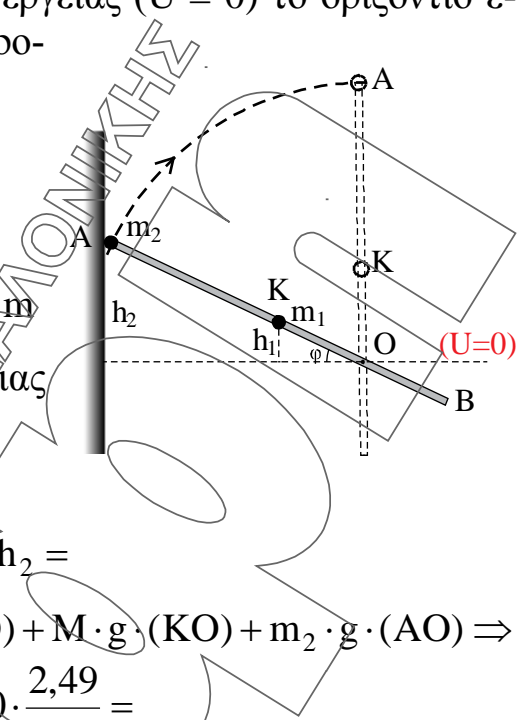
Σημείωση: Με την παραπάνω τιμή της ω_2 δεν γίνεται ανακύκλωση διότι το σύστημα σταματάει στην κατακόρυφη θέση (θέση ασταθούς ισορροπίας).

Για ανακύκλωση πρέπει $\omega_2 > \sqrt{5,6} \text{ rad/s.}$

Δ3. Έστω ότι πριν τη κρούση το σύστημα χτυπάει στον κατακόρυφο τοίχο με γωνιακή ταχύτητα ω_1 . Από το ποσοστό απωλειών κινητικής ενέργειας που δόθηκε έχουμε:

$$\frac{K_{\text{πριν}} - K_{\text{μετά}}}{K_{\text{πριν}}} 100\% = 75\% \Rightarrow$$

$$K_{\text{πριν}}$$



$$\Rightarrow \frac{K_{\text{πριν}} - K_{\text{μετά}}}{K_{\text{πριν}}} = \frac{75}{100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{K_{\text{πριν}} - K_{\text{μετά}}}{K_{\text{πριν}}} = \frac{3}{4} \Rightarrow$$

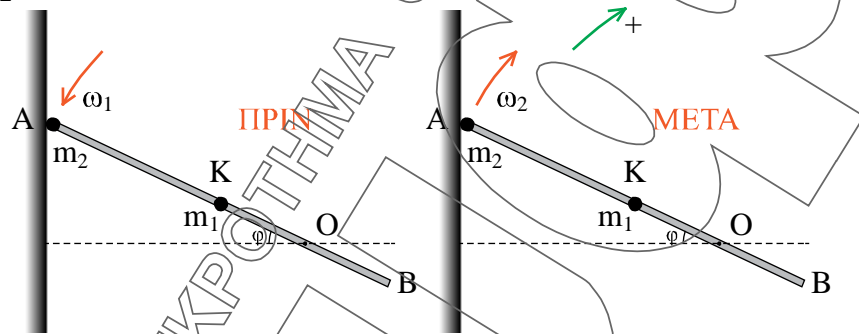
$$\Rightarrow 3K_{\text{πριν}} = 4K_{\text{πριν}} - 4K_{\text{μετά}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_{\text{πριν}} = 4K_{\text{μετά}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega_1^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega_1^2 = 4\omega_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega_1 = 2\omega_2 \quad (1)$$



Έτσι η μεταβολή της στροφορμής του συστήματος κατά την κρούση με τον τοίχο ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι:

$$d\vec{L} = \vec{L}_{\text{μετά}} - \vec{L}_{\text{πριν}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d\vec{L} = I \cdot \omega_2 - (-I \cdot \omega_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d\vec{L} = I_2(\omega_1 + \omega_2) \Rightarrow$$

$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} d\vec{L} = I \cdot (2\omega_2 + \omega_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d\vec{L} = 3 \cdot I \cdot \omega_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d\vec{L} = 3 \cdot \frac{17}{16} \cdot \sqrt{5,6} \Rightarrow$$

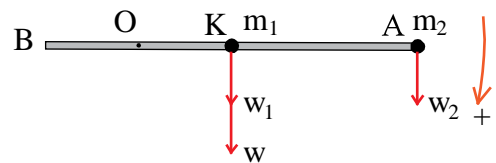
$$\Rightarrow d\vec{L} = \frac{51\sqrt{5,6}}{16} \text{ Kgm}^2/\text{s}.$$

Δ4. Από το θεμελιώδη νόμο για τη στροφική κίνηση του συστήματος έχουμε:

$$\Sigma \tau_{(O)} = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w \cdot (KO) + w_1 \cdot (KO) + w_2 \cdot (AO) = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M \cdot g \cdot (KO) + m_1 \cdot g \cdot (KO) + m_2 \cdot g \cdot (AO) = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow 3 \cdot 10 \cdot \frac{1}{4} + 1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{4} + 1 \cdot 10 \cdot \frac{3}{4} = \frac{17}{16} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{30}{4} + \frac{10}{4} + \frac{30}{4} = \frac{17}{16} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{70}{4} = \frac{17}{16} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{280}{17} \text{ rad/s}^2.$$

Έτσι το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της m_2 είναι:

$$\left| \frac{dL}{dt} \right|_{m_2} = I_{m_2} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left| \frac{dL}{dt} \right|_{m_2} = m_2 \cdot (AO)^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left| \frac{dL}{dt} \right|_{m_2} = 1 \cdot \left(\frac{3}{4} \right)^2 \cdot \frac{280}{17} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left| \frac{dL}{dt} \right|_{m_2} = \frac{9}{16} \cdot \frac{280}{17} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left| \frac{dL}{dt} \right|_{m_2} = \frac{9}{16} \cdot \frac{280}{17} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left| \frac{dL}{dt} \right|_{m_2} = \frac{630}{68} \text{ Kg m}^2/\text{s}^2$$

ΑΒΡΑΜΙΔΗΣ Σ. ΘΕΟΔΩΡΟΣ
ΦΥΣΙΚΟΣ – ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΣ – ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ

SCIENCE PRESS Στοιχειοθεσίες επιστημονικών κειμένων τηλ. 6974547422